

文章编号: 1000-7598-(2006)02-0209-05

瑞利波特特性刚度矩阵分析方法

柴华友^{1,2}, 白世伟¹, 刘明贵¹, 卢应发³

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉 430071; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100081;
3. 华中理工大学土木工程与力学学院, 武汉 430074)

摘 要: 沿水平方向从半无限体分层系统截取有限厚度分层固体系统, 截取边界设置为刚性边界。将固体系统分层细化, 由刚度矩阵方法可得到表面波在该系统频散特性, 利用瑞利波位移在底层衰减特性从表面振型波可筛选出瑞利振型波, 这些瑞利振型波与某一频率范围半无限体分层系统瑞利振型波对应, 其频率下限与截取厚度有关, 截取厚度越大, 频率下限越小。同时还分析了分层细化厚度、截取厚度与分析频率关系。

关 键 词: 表面波; 瑞利波; 振型; 频散曲线; 刚度矩阵; 特征值。

中图分类号: O 347.4

文献标识码: A

Analysis of behaviours of Rayleigh waves by stiffness matrix method

CHAI Hua-you^{1,2}, BAI Shi-wei¹, LIU Ming-gui¹, LU Ying-fa³

(1. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100081, China; 3. College of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: A layered solid system with limited depth is cut off from a layered halfspace in horizontal direction. Rigid boundary is set for the bottom of the layered solid system. The layers of the solid system are divided into mini-layers. The dispersions of surface waves are obtained by stiffness matrix method. The dispersions of Rayleigh mode waves can be filtered out from dispersions of surface waves according to attenuation behaviour of vertical displacement of Rayleigh waves in bottom layer. The Rayleigh mode waves in the layered solid are corresponding to ones in layered halfspace within a certain range of frequency. The lower limit of frequency is related to thickness of layered solid. The bigger the thickness is, the smaller the lower limit of frequency is. The relationships between thicknesses of mini-layers, the thickness of layered solid and interested frequencies are analyzed.

Key words: surface wave; Rayleigh wave; mode; dispersion; stiffness matrix; eigenvalue

1 前 言

随着表面波(沿表面传播波)各种测试方法其是表面波谱分析方法已在岩土工程中广泛应用^[1~5], 研究了半无限体分层系统在点或面动荷载下, 不同振型表面波的传播以及在波场中的能量比例, 了解高阶振型表面波和实测数据影响是很重要的。半无限体分层系统表面振型波传播特性(特别是瑞利振型波)常常采用传递矩阵分析方法^[6]及系数矩阵分析方法^[7]研究, 这些矩阵包含三角函数。当考虑介质材料黏性阻尼时, 三角函数变成超越函数, 不仅计算繁琐, 而且高频数字精度损失严重^[7~9]。虽然在算法上不断改进, 精度有所提高, 但并没有从根本上解决这两种方法的繁琐^[8, 9]。在岩土工程测试

中, 往往只需研究某一波长(频率)范围内的瑞利波传播特性。由于瑞利波能量主要集中在表面以下一个波长深度层内, 一个波长之外各层能量分布很小, 这些分层介质力学参数对瑞利波传播特性影响也很小, 这样就可以用有限厚度底层取代半无限体底层。底层边界条件可以取自由边界, 也可以取刚性边界, 便于构筑总刚矩阵。传递矩阵或系数矩阵分析方法是假设位移在无穷远处趋于零, 而只能研究位移在底层随深度衰减, 并在无穷远处趋于零的振型波。当刚性边界位移被强制约束为零时, 采用刚性边界不仅可以研究位移随深度趋于零的振型波, 亦可研究位移随深度不趋于零的振型波, 当刚性边界设置位置足够远, 可以研究半无限体分层介质中除瑞利波之外沿表面传播其它类型波传播特

收稿日期: 2004-08-25

修改稿收到日期: 2005-07-06

作者简介: 柴华友, 男, 1965年生, 博士, 副研究员, 主要从事波动理论分析、数值计算及现场波动测试分析。E-mail: chy_rsm@hotmail.com

性, 这为模拟表面测试响应提供了一种方法。

2 可行性分析

半无限弹性均匀体及一定厚度刚性边界固体层的周期方程有解析表达式, 通过比较, 可以研究一定厚度刚性边界固体层是否有近似于半无限弹性均匀体瑞利振型波以及近似所需要满足的条件。

表面自由、底面固定、层厚度为 H 的均匀弹性固体层, 其周期方程为^[10]

$$ik \left(\frac{2\mu k^2 - \rho\omega^2}{2\mu v'} + \frac{2v^2 v'}{k^2 + v'^2} \right) \tanh vH \tanh v'H - i \left[\frac{v(2\mu k^2 - \rho\omega^2)}{2\mu k} + \frac{2k^3 v}{k^2 + v'^2} \right] + ikv \left[1 + \frac{(2\mu k^2 - \rho\omega^2)}{(k^2 + v'^2)\mu} \right] \Big/ (\cosh vH \cosh v'H) = 0 \quad (1)$$

式中 $v = \sqrt{k^2 - k_\alpha^2}$; $v' = \sqrt{k^2 - k_\beta^2}$; $k_\alpha = \omega/c_p$; $k_\beta = \omega/c_s$; $k = \omega/c$; ω , c_p , c_s , k , c , μ , ρ , ω 分别为角频率、介质纵波速、横波速、波数、相速度、剪切模量和密度。

从式 (1) 可以看出: 当 $c > c_s$ 时, 至少 v' 为虚数, 这样 $\tanh v'H$, $\cosh v'H$ 为周期函数, 存在着无数个根, 也就是有无穷多个振型。当 $c < c_s$ 时, v' , v 为实数, 对波长相对 H 很小的波, kH , vH , $v'H$ 很大, $\tanh vH \rightarrow 1$, $\tanh v'H \rightarrow 1$, $\cosh vH \rightarrow \infty$ 及 $\cosh v'H \rightarrow \infty$, 式 (1) 可简化成:

$$(2\mu k^2 - \rho\omega^2)[k^2(k^2 + v'^2) - (k^2 + v'^2)vv'] = 4k^2 vv' \mu (k^2 - vv') \quad (2)$$

$$\text{其中 } 2\mu k^2 - \rho\omega^2 = \mu(k^2 + k^2 - \rho\omega^2/\mu) = \mu(k^2 + k^2 - k_\beta^2) = \mu(k^2 + v'^2) \quad (3)$$

$$\text{或写为 } (k^2 + v'^2)^2 = 4k^2 vv' \quad (4)$$

$$\text{或 } (2 - c^2/c_s^2)^2 = 4\sqrt{1 - c^2/c_p^2} \sqrt{1 - c^2/c_s^2} \quad (5)$$

即为半无限体中瑞利波速度关系式^[11]。

从以上分析可知, 刚性基固体层有无穷多个表面振型波, 其中一个振型波周期方程在波长相对层厚 H 很小的波长范围, 且相速度小于剪切波速时近似于半无限均匀弹性体瑞利波周期方程。

对于多个分层的半无限体系统, 周期方程没有解析表达式, 这里是根据表面波在层内竖向位移分布定性地分析在某一波长范围刚性边界分层系统表面振型波, 总有一些振型波与瑞利振型波传播特性接近。

表面波在层内竖向位移形式^[12, 13]为

$$w = ikr_\alpha [A \exp(ikr_\alpha z) - B \exp(-ikr_\alpha z)] + ik[C \exp(ikr_\beta z) + D \exp(-ikr_\beta z)] \quad (6)$$

式中 A, B, C, D 为常数; $r_\alpha = -i\sqrt{(1 - c^2/c_p^2)}$; $r_\beta = -i\sqrt{(1 - c^2/c_s^2)}$ 。

对底层 n (图 1), 当 $c < c_{sn}$ 时, r_α, r_β 均为虚数, 式 (4) 中项 $\exp(ikr_\alpha z)$, $\exp(ikr_\beta z)$ 随 z/λ 增加趋于无穷大, 系数 A, C 必须为零。 $\exp(-ikr_\alpha z)$, $\exp(-ikr_\beta z)$ 随 z/λ 增加趋于零, 根据最大分析波长 (表面波长), 当 z 趋于某个值 $z_{\max}$, 表面波位移趋于零。因而, 在 $z_{\max}$ 处设置刚性边界就可以近似分析瑞利振型波传播特性。

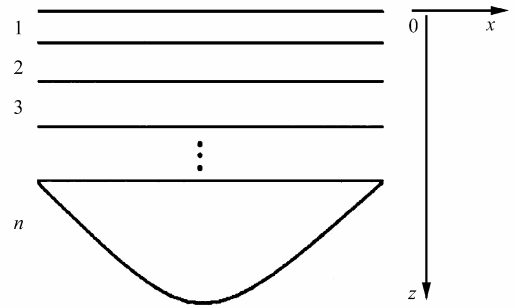


图 1 半无限体分层系统
Fig.1 Layered halfspace system

3 特征值分析方法

将正、余弦函数按泰勒级数展开, 当 $|x|$ 很小时 ($|x|$ 为复数模), 正、余弦近似为

$$\sin x \approx x - x^3/6; \quad \cos x \approx 1 - x^2/2 \quad (7)$$

层刚度矩阵中的三角函数 x 由 $kr_\alpha d$, $kr_\beta d$ 代替^[13] (d 为分层厚度)。由于 r_α, r_β 值有限, 要使 $kr_\alpha d$, $kr_\beta d$ 很小, $kd = 2\pi d/\lambda$ 必须很小, 当波长相对分层厚度很小时, 层刚度矩阵可简化为

$$\bar{\mathbf{K}} = \bar{\mathbf{A}}k^2 + \bar{\mathbf{B}}k + \bar{\mathbf{G}} - \omega^2 \bar{\mathbf{M}} \quad (8)$$

系数矩阵 $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{G}}, \bar{\mathbf{M}}$ 与材料常数有关^[13~15], 这样复杂的刚度矩阵元素就可以用简单代数形式表示, 即使各分层刚度矩阵具有式 (8) 简单形式, 受底层下层面的边界条件的影响, 总刚度矩阵仍可能具有较复杂形式。当底层下层面位移为零或位于刚性基上, 有

$$\begin{Bmatrix} \underline{\rho}_{n-1} \\ \underline{\rho}_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^n & k_{12}^n \\ k_{21}^n & k_{22}^n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{u}_{n-1} \\ \underline{u}_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^n & k_{12}^n \\ k_{21}^n & k_{22}^n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{u}_{n-1} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式中 $\underline{\rho}_{n-1}$, $\underline{\rho}_n$, $\underline{u}_{n-1}$, $\underline{u}_n$ 分别为第 n 层的上层面和

下层面的外力分量及位移向量, $\mathbf{k}_{11}^n, \mathbf{k}_{12}^n, \mathbf{k}_{21}^n, \mathbf{k}_{22}^n$ 分别为式(8)的子矩阵。

由式(9)可得:

$$\mathbf{p}_{n-1} = \mathbf{k}_{11}^n \mathbf{u}_{n-1} \quad (10)$$

组装总刚矩阵时可以不考虑下层面。当各层厚度远小于波长, 总刚矩阵为

$$\tilde{\mathbf{K}} = \tilde{\mathbf{A}}k^2 + \tilde{\mathbf{B}}k + \tilde{\mathbf{G}} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}} \quad (11)$$

式中 $\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{M}}$ 分别由 $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{G}}, \bar{\mathbf{M}}$ 组装得到。

文[15]将位移: $\tilde{\mathbf{U}} = [u_0 \ w_0 \ u_1 \ w_1 \ \cdots \ u_{n-2} \ w_{n-2} \ u_{n-1} \ w_{n-1}]^T$ 改写为 $\tilde{\mathbf{U}} = [u_0 \ u_1 \ \cdots \ u_{n-2} \ u_{n-1} \ w_0 \ w_1 \ \cdots \ w_{n-2} \ w_{n-1}]^T$ 取系统外力为零, 有

$$\tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{U}} = \tilde{\mathbf{0}} \quad (12)$$

可得:

$$\left\{ \begin{aligned} \left[\begin{array}{cc} \tilde{\mathbf{A}}_x & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{B}}_{xz}^T & \tilde{\mathbf{A}}_z \end{array} \right] + \frac{1}{k^2} \left[\begin{array}{cc} \tilde{\mathbf{C}}_x & \tilde{\mathbf{B}}_{xz} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_z \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \tilde{\mathbf{U}}_x \\ k\tilde{\mathbf{U}}_z \end{array} \right\} &= \mathbf{0}; \\ \left[\begin{array}{cc} \tilde{\mathbf{A}}_x & \tilde{\mathbf{B}}_{xz} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{A}}_z \end{array} \right] + \frac{1}{k^2} \left[\begin{array}{cc} \tilde{\mathbf{C}}_x & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{B}}_{xz}^T & \tilde{\mathbf{C}}_z \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} k\tilde{\mathbf{U}}_x \\ \tilde{\mathbf{U}}_z \end{array} \right\} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

子矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_x, \tilde{\mathbf{A}}_z, \tilde{\mathbf{B}}_{xz}, \tilde{\mathbf{C}}_x, \tilde{\mathbf{C}}_z$ 见文[10, 14]。

式(13)可简单地写成

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda \mathbf{B}\mathbf{x} \quad (14)$$

式中 $\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc} \tilde{\mathbf{A}}_x & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{B}}_{xz}^T & \tilde{\mathbf{A}}_z \end{array} \right]$ 或 $\left[\begin{array}{cc} \tilde{\mathbf{A}}_x & \tilde{\mathbf{B}}_{xz} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{A}}_z \end{array} \right]$; $\mathbf{B} = -\left[\begin{array}{cc} \tilde{\mathbf{C}}_x & \tilde{\mathbf{B}}_{xz} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_z \end{array} \right]$; 或 $-\left[\begin{array}{cc} \tilde{\mathbf{C}}_x & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{B}}_{xz}^T & \tilde{\mathbf{C}}_z \end{array} \right]$; $\lambda = 1/k^2$; $\mathbf{x} = \left[\begin{array}{c} \tilde{\mathbf{U}}_x \\ k\tilde{\mathbf{U}}_z \end{array} \right]$ 或 $\left[\begin{array}{c} k\tilde{\mathbf{U}}_x \\ \tilde{\mathbf{U}}_z \end{array} \right]$, $\mathbf{A}, \mathbf{B}$

为上 Hessenberg 或下 Hessenberg^[16, 17] 矩阵。通过位移矢量元素重新排列, 可以求频率与波数关系 (也即频散) 及振型位移问题就转化一次特征值、特征向量问题。对刚性基上 n 个分层系统, 共有 $2n$ 个自由度, 给定一个 ω 值就可得到 $2n$ 个特征值 $1/k^2$ 。

4 微层划分及刚性基设置

利用特征值方法计算半无限体分层介质表面振型波频散及水平方向和竖直方向位移, 必须对分层进行细化, 以便细化层(微层)厚度相对波长能满足刚度矩阵的简化要求, 刚性基设置位置及细化层数量要确保能够得到分析频率范围所有瑞利波振型。

4.1 分层细化

式(7)近似程度决定了分层细化厚度, 当 $x=0.7$, 正余弦函数与近似式(7)绝对误差最大不超过 1%。当分层厚度 d 使 $|kr_\alpha d| \leq 0.7$, $|kr_\beta d| \leq 0.7$, 层刚度矩阵中三角函数由代数式代替具有高精度。由于 r_α, r_β 模一般小于 1, 要求 $d \leq 0.7\lambda/2\pi$,

即细化层厚度小于或等于波长 ($1/8 \sim 1/10$) 时, 层刚度矩阵可简化成式(6)。若均匀划分层厚, 细化层数量是很大。在底层厚度很大的情况下由位移表达式(4)可知, 瑞利波在底层衰减速度与 $\exp(-kz\sqrt{1-c^2/c_p^2})$, $\exp(-kz\sqrt{1-c^2/c_s^2})$ 有关, 对波长较小波, 位移随深度衰减速度较快, 微层厚度可随其适当增加, 这样可以采用变厚度的方法来划分底层: 距表面较近, 层分划较细, 随着深度增加, 逐渐增加底层微层划分厚度, 如图 2 所示。

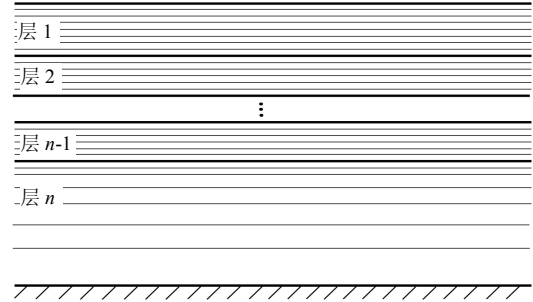


图 2 分层细化
Fig.2 Division of layers

对于 n 个细化层分层系统, 由于每个层面有水平及竖直 2 个自由度, 给定一个频率, 由式(14)特征值计算可以得到 $2n$ 个 $1/k^2$, $1/k^2$ 有可能是实数也可能是复数, 平方根后有 $4n$ 个波数, 其中一半对应于沿 x 方向传播, 不作考虑^[15]。若波数为复数, 总是以共轭形式出现。两层及两层以上的分层系统在 $(0, \infty)$ Hz 频率范围有无穷多个瑞利振型波^[6, 11], 瑞利振型波存在截止频率, 即只有频率超过某一门槛值, 该振型波才存在^[11], 在有限频率范围, 瑞利振型波数量是有限的。高频范围振型波数量要多于低频范围振型波数量。高阶振型波竖向位移方向沿厚度交替较多, 需要较多的自由度来描述这种变化, 从这个角度上讲, 高频范围瑞利振型波分析, 需要较多细化层。而低阶振型波竖向位移方向沿厚度交替较少, 需要描述这种变化自由度也就较少。

4.2 刚性基位置

当波长增加到一定程度, 瑞利波主要能量集中于半无限底层, 瑞利振型波相速度渐进于底层介质瑞利波速度^[11]。在介质均匀的半无限弹性体中, 瑞利波相速度和剪切波速有以下近似: (由于材料阻尼对相速度影响较小^[10], 式(15)在阻尼情况仍近似成立)。

$$c \approx (0.87 + 1.12\nu)c_{sn}/(1 + \nu) \quad (15)$$

泊松比不同, c 也不同, 一般在 $(0.9 \sim 0.95)c_{sn}$ 范围^[7, 11], 这里 c_{sn}, c_{pn} 分别为底层介质剪切波速、纵波速以 $\nu=0.25$ 为例, $c=0.92c_{sn}$, $c_{pn}=\sqrt{3}c_{sn}$ 。为

了便于分析, 式(6)相速度取瑞利波在底层介质传播速度来分析瑞利波位移随深度变化。式(6)指数项可重写成

$$\left. \begin{aligned} \exp(-kz\sqrt{1-c^2/c_{pn}^2}) &\approx \exp(-0.85kz); \\ \exp(-kz\sqrt{1-c^2/c_{sn}^2}) &\approx \exp(-0.39kz) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

后一项衰减要比前一项慢。当 $z=2\lambda$, 指数函数 $\exp(-0.39kz)$ 值不到最大值 1%。在分层情况下, 瑞利波相速度要小于底层介质瑞利波速度, c 越小, 式(16)指数系数越小, 衰减更快。只要刚性边界设置在最大波长两倍以上深度(为了满足瑞利波存在条件, 至少要包括部分底层), 就可利用刚性边界分层系统分析半无限分层系统波长不超过最大波长的瑞利振型波传播特性。

5 瑞利振型波筛选

考虑材料阻尼时, 材料介质参数一般用复数来表示, 特征值计算得到瑞利振型波数也是复数。当波数为复数时, 式 $u = u(z)e^{i(\omega t - kx)}$, $w = w(z)e^{i(\omega t - kx)}$ 中的 $\exp(-ikx)$ 项可表示为^[13]

$$\exp(-ikx) = \exp\left[-\frac{i\omega x}{\operatorname{Re}(c) + i\operatorname{Im}(c)}\right] = \exp\left[-\frac{i\omega \operatorname{Re}(c)}{|c|^2}x\right] \exp\left[-\frac{\omega \operatorname{Im}(c)}{|c|^2}x\right] \quad (17)$$

式中 Re , Im 分别表示实部和虚部。

$$\exp i(\omega t - kx) = \exp i\left[\omega t - \frac{\omega \operatorname{Re}(c)x}{|c|^2}\right] \exp\left[-\frac{\omega \operatorname{Im}(c)}{|c|^2}x\right] \quad (18)$$

实际可观测相速度为 $\frac{|c|^2}{\operatorname{Re}(c)}$ 。由于频率是实数,

当 $\operatorname{Im}(c) > 0$, $\exp\left[-\frac{\omega \operatorname{Im}(c)}{|c|^2}x\right]$ 表示沿 x 方向的衰减, 当 $\operatorname{Im}(c) < 0$, $\exp\left[-\frac{\omega \operatorname{Im}(c)}{|c|^2}x\right]$ 表示位移振幅沿

x 增加。从这种意义上讲, 复数 k , c 虚部表示在材料阻尼作用下波沿 x 方向传播增加或衰减。在材料阻尼作用下, 瑞利振型波传播能量要损失, 位移振幅要衰减, 即 $\operatorname{Im}(c)$ 一般必须大于零, 亦即 k 的虚部必须小于零。根据以上分析, 可按以下准则从表面振型波筛选瑞利振型波:

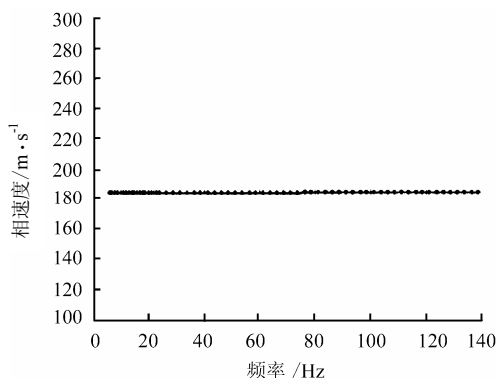
① 波数 k 虚部必须小于零, 为了保证波能够传播, 虚部绝对值必须远小于实部;

② 由式(6)可知, 为了保证瑞利振型波的竖

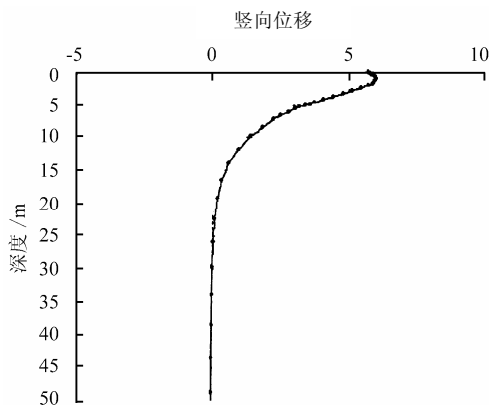
向振型位移在底层衰减, 相速度 c 应 $|c|^2/\operatorname{Re}(c)$ 小于底层剪切波速, 更严格讲, 应小于底层介质瑞利波速(由式(15)近似表示)。当然也可按照表面振型波的竖向振型位移大小及位移分布是否符合瑞利振型波位移分布特征来筛选瑞利振型波。

6 特征值计算

考虑材料阻尼作用后, 瑞利波相速度^[10]为 $c^* = c(1 + i\xi)$, ξ 为阻尼比, c 为无阻尼时瑞利波相速度。因此, 特征值方法计算瑞利振型波的传播特性可靠性很容易通过与半无限体均匀介质传播相速度近似解式(15)比较验证。假设半无限体均匀弹性材料参数 $C_s = 200$ m/s, $\nu = 0.25$, 由式(13)可知, 理论瑞利波相速度约为 184 m/s。若计算频率范围为 5~140 Hz, 根据上面分析, 最大波长小于 40 m, 最小波长约为 0.75 m。计算时取 $h = 80$ m, 前 1 m 深度微层划分厚度为 0.01~0.05 m, 随着深度的增加, 逐渐增加微层的厚度, 微层总数量为 50, 计算的瑞利波相速度及频率为 20 Hz 瑞利波竖向振型位移结果见图 3, 计算结果与理论值基本重合, 若考虑材料阻尼后仍有类似结论。



(a)



(b) 归一化竖向位移-深度曲线

图 3 特征值方法计算的瑞利波相速度及振型位移
Fig.3 Phase velocities of Rayleigh waves calculated by eigenvalue analysis

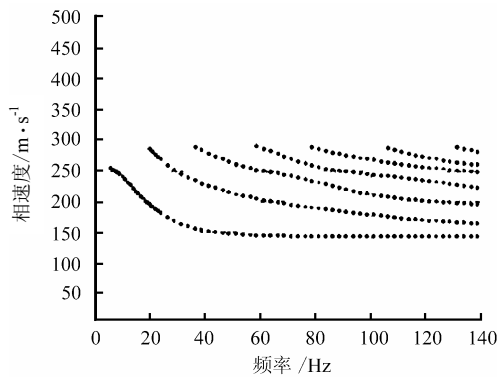
多个分层系统可以分成两大情形：一种情形是土层剪切波速随深度递增；另一种情形是土层剪切波速无规律变化。两种情形分层参数选取见表 1、表 2。岩土工程表面波测试频率一般在 100 Hz 以下（路面测试频率会很高），本文分析频率范围取 5~140 Hz，具有一定的代表性，计算结果见图 4。

表 1 算例 1 计算参数
Table 1 Parameters for case 1

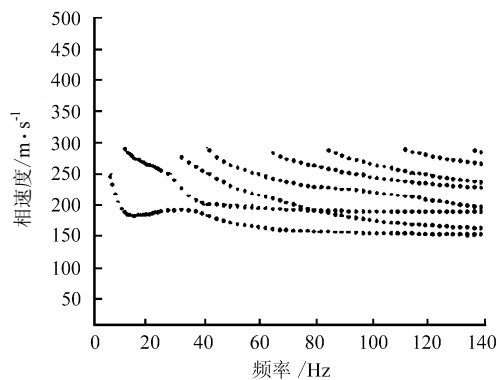
分层	层厚 /m	泊松比	阻尼比	剪切波速 /m·s ⁻¹	密度 /g·cm ⁻³
1	2	0.4	0.04	150	1.9
2	2	0.35	0.035	200	1.9
3	4	0.3	0.03	250	1.9
4	100	0.25	0.025	300	1.9

表 2 算例 2 计算参数
Table 2 Parameters for case 2

分层	层厚 /m	泊松比	阻尼比	剪切波速 /m·s ⁻¹	密度 /g·cm ⁻³
1	2	0.35	0.035	200	1.9
2	2	0.30	0.030	250	1.9
3	4	0.40	0.040	150	1.9
4	100	0.25	0.025	300	1.9



(a) 算例 1



(b) 算例 2

图 4 计算的瑞利波频散曲线

Fig.4 Calculated dispersion curves of Rayleigh waves

从图 4 可以看出，瑞利振型波相速度低频渐进于底层介质瑞利波相速度；高频渐进于最软层介质

瑞利波相速度，振型阶次越高，渐进速度越慢。这与他人的研究分析是一致的^[6, 11, 18]。

7 结 语

对弹性半无限体分层系统沿水平方向截取出一厚度分层固体，将分层固体截取面设置为刚性边界。当刚性边界设置深度是最大波长两倍及两倍以上（且至少应包含底层介质）时，可以用有限厚度刚性边界分层系统研究弹性半无限体分层系统某一波长范围瑞利振型波传播特性。当按最小波长的（1/8~1/10）来细化分层时，可以用广义一次特征值方法分析表面波频散及振型位移。利用瑞利波特性可以从表面振型波中筛选出瑞利振型波。该方法具有计算简单，编程容易等特点。

参 考 文 献

- [1] Nazarian S, Desai M R. Automated surface wave method, field testing[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE**, 1993, 119(7): 1 094—1 111.
- [2] Ganji V, Gucunski N, Nazarian S. Automated inversion procedure for spectral analysis of surface waves[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1998, 124(8): 757—770.
- [3] Al-Hunaidi M O. Nondestructive evaluation of pavements using spectral analysis of surface waves in frequency wave-number domain[J]. **Journal of Nondestructive Evaluation**, 1996, 15(2): 71—82.
- [4] 严寿民. 瞬态瑞利波勘探方法[J]. 物探与化探, 1992, 116(2): 113—119.
YAN Shou-min. Instantaneous Rayleigh wave exploration [J]. **Geophysical and Geochemical Exploration**, 1992, 116(2): 113—119.
- [5] 柴华友, 汪江波, 周一勤, 等. 瑞利波分析方法及应用进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(1): 119—125.
CHAI Hua-you, WANG Jiang-bo, ZHOU Yi-gin, et al. Progress of Rayleigh wave analysis method and its application[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(1): 119—125.
- [6] Haskell. The dispersion of surface waves on multilayered media[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 1953, 73: 17—34.
- [7] 杨成林. 瑞利波勘探[M]. 北京: 北京地质出版社, 1993.

- [8] 欧阳联华, 王家林. 一种高频面波频散函数的快速算法—改进的 Abo-Zena 法[J]. 物探化探计算技术, 2002, 24(3): 204—208.
OUYANG Lian-hua, WANG Jia-lin. The modified Abo-zena method — a fast algorithm for dispersion calculation of high frequency surface wave[J]. **Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration**, 2002, 24(3): 204—208.
- [9] 曾校丰, 崔伟群, 许维进, 等. 瑞利波频散函数的快速算法[J]. 地球物理学报, 2002, 45(增刊 1): 261—267.
ZENG Xiao-feng, CUI Wei-qun, XU Wei-Jin, et al. Fast algorithm of dispersion function for Rayleigh wave[J]. **Chinese Journal of Geophysics**, 2002, 45(Supp.1): 261—267.
- [10] 柴华友. 表面波有效相速度分析方法研究[博士学位论文 D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2004.
- [11] 伊文 W M, 贾戴茨基 W S, 普瑞斯 F. 层状介质中的弹性波[M]. 刘光鼎译. 北京: 科学出版社, 1966.
- [12] Jones R. Surface Wave technique for measuring the elastic properties and thickness of roads: theoretical developments[J]. **Journal of Applied Physics**, 1962, 13: 21—29.
- [13] Wolf J P. Dynamic Soil-structure Interaction[M]. Englewood Cliffs: Prentic-Hall, 1985.
- [14] Kausel E, Roësset J M. Stiffness matrices for layered soils[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 1981, 71: 1 743—1 761.
- [15] Kausel E, Peek R. Dynamic loads in the interior of a layered stratum: an explicit solution[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 1982, 72(5): 1 459—1 481.
- [16] 曹志浩. 矩阵特征值问题[M]. 上海: 上海科学技术出版社(第 1 版), 1980.
- [17] 刘德贵, 费景高, 于泳江, 等. FORTRAN 算法汇编(二) [M]. 北京: 国防工业出版社(第 1 版), 1983.
- [18] Gucunski N, Woods R D. Inversion of Rayleigh wave dispersion curve for SASW test[A]. **5th International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering**[C]. Karlsruhe, Germany: Computational Mechanics Publications, 1991. 127—138.